

“Incidencia de las emociones en la enseñanza temprana de fracciones”

Autor: Gina Luci Arriagada

CIAE (Centro de Investigación Avanzada en Educación), U. de Chile

Mail: ginalucia2@yahoo.es

Resumen: Basada en la experiencia personal y en lo observado a lo largo de mi carrera profesional como docente de aula y el último tiempo como parte de varios proyectos de investigación, es como entonces me adentro en el complejo tema del oportuno y adecuado tratamiento en el proceso de enseñanza temprana de fracciones y de su relación poco evidente para muchos con las emociones del niño, repartir una pertenencia importante para un niño puede significar el desprendimiento de algo que asume como propio, y ello por ende le causará un sentimiento poco agradable, esto puede venir a la memoria más adelante gatillando recuerdos poco gratos. Es por eso, y además de la mala contextualización que se utiliza en la visualización de las fracciones es que creo importante abordar este tema y algunos ejes relacionados con su apropiación utilizando algo tan natural en el niño como es la imaginación y su entorno concreto y real que lo conecta con el mundo.

Palabras clave: matemáticas, temor, fracciones, contextualizar.

PROBLEMÁTICA:

En mi trayectoria de 30 años de aula como profesora básica he observado con pena como los niños sufren o disfrutan de las matemáticas según el recorrido que hayan tenido con profesores que les hayan enseñado los “contenidos matemáticos” de manera tradicional o concreta y lúdica...

A mis manos han llegado “soy súper malo para los números igual que mi mamá, no veo ni una en matemáticas, o todo lo contrario; algunos que han tenido la suerte de que sus madres o padres hayan disfrutado de la magia de los números y entonces ellos motivan y estimulan a sus hijos con juegos cotidianos que implican el desarrollo del pensamiento lógico matemático por lo tanto ellos son los súper capos en la asignatura, todo es “súper fácil” o “profesora eso es para niños chicos...”, pero eso no ha significado que compartan con otros esa actitud o sus conocimientos.

Uno de los temas más críticos a mi juicio y de otros que han visto el tema como Duval (1995), Moscucci (2008), vom Hofe (1995), Araya (2000), Soto-Andrade (2004), Radford (2009) y otros es que la enseñanza y aprendizaje de las fracciones es muy deficiente y en Chile no es la excepción, desde el nivel preescolar (Kindergarten) hasta los niveles más altos en donde se necesita del concepto y la apropiación de una clara definición de fracción para operar con ellas.

Este trabajo entonces tiene la intención de ayudar a buscar las posibles soluciones o entregar sugerencias de tipo estratégico para la enseñanza temprana de las fracciones con conceptos muy básicos pero que sentarán un buen precedente para cuando tengan que trabajar con fracciones de forma obligatoria y formal.

Además sugerir prácticas de enseñanza más lúdicas y concretas, basadas en experiencias de actividades ya probadas en aula y de otras que han surgido del interés por el tema y que serán puestas en práctica a modo de experimentación en niveles pequeños desde 3 años en adelante, registrándose el desempeño de los niños y también integrando a padres y madres en el proceso de hacer de las matemáticas algo cotidiano, entretenido y de la toma de conciencia de que es absolutamente imprescindible para la vida diaria.

HIPÓTESIS DE INVESTIGACIÓN:

*Referente a la mala relación del aprendizaje de las fracciones creo que esto se debe a la forma automatizada, con recetas, de manera abstracta, desencarnada y no experiencial en que se las enseña, ignorando sus connotaciones afectivas

*Al proceder “de otra manera”, que sea coherente con la cognición hecha cuerpo (Radford, 2009; Galvez et al. 2010) se obtendría un aprendizaje significativo y entusiasta de parte de los alumnos, lo que permitirían una interiorización adecuada y natural ya que se vería como parte de la vida diaria.

*La comparación es un arma muy eficaz cuando se trata de desarrollar la observación y la comunicación verbal entre los niños, por ende sería una base importante para desarrollar la capacidad de entender los términos asociados a una fracción ej; “esto es 1 parte de 5 que desarmé”,...me comí la mitad de..., perdí 3 bolitas de las 7 que tenía, etc.

*La sensibilización de un/a niño/a respecto a su relación afectiva con los aprendizajes matemáticos es imprescindible a la hora de sentar bases sólidas para un aprendizaje efectivo y duradero.

PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN:

- a) ¿Las “fracciones del matemático” versus las fracciones accesibles y manipulables, es posible distinguirlas?. ¿Juegan un rol didáctico distinto?
- b) ¿porqué los niños no entienden las fracciones? No sólo calculan mal, sino que no las “ven”, no anticipan en relación con ellas, no las ubican en la recta numérica, ni “metaforizan” a propósito de ellas.
- c) ¿todos les temen a las fracciones y a sus operaciones asociadas?
- d) ¿por qué la mayoría de los profesores no contextualiza los ejemplos de fracciones o problemas con éstas mismas con contextos que sean de conocimiento cotidiano de los niños?
- e) Los niños a muy temprana edad, 2 o 3 años tienen la capacidad de comparar y estimar partes de un todo, entonces; ¿porqué esa capacidad no es desarrollada en el jardín infantil o por los padres?

MARCO TEÓRICO Y ESTADO DEL ARTE:

Es bien sabido (Radford, 2009; Galvez et al. 2010) que los anticuerpos hacia los números y sus operaciones se van construyendo debido a la manera de proceder los adultos y no por los niños, mediante entregas frontales e impersonales de conceptos o definiciones para recordar, por ello debemos por lo menos intentar quebrar ese esquema y permitir que los niños sean sus propios constructores de experiencias significativas y que las compartan con otros, las comenten y las expliquen. Con ello estaremos

asegurándonos que esos aprendizajes quedarán efectivamente instalados en ellos porque serán “parte de ellos”.

Rol de la afectividad en el aprendizaje matemático:

El sentimiento de satisfacción, produce una gran emoción por sentirse capacitado para pensar, probar, equivocarse hasta acertar sin reprobación y sobre todo sin calificación de tontos, incapaces, ineptos o sencillamente “malo para matemáticas...”, estigma que se lleva hasta adulto y que incluso marca tal grado de inseguridad que incluso influye en algo tan importante como es la elección de una carrera con o sin matemáticas...

No es difícil encontrar adultos profesionales que ni siquiera tienen claro que fracción es mayor si $\frac{1}{3}$ o $\frac{1}{4}$, ya que los persigue el hecho de una enseñanza sin posibilidades para pensar libremente en busca de una posible respuesta, de comprobar la respuesta, de comparar con mis compañeros y menos con ejemplos concretos que los involucraran sentimentalmente con su vida diaria.

Citaré algunos pocos ejemplos, de distintas tradiciones y épocas, a propósito de nuestra problemática:

¿Cómo entender las fracciones y su operatoria?, en particular.

Fracciones accesibles y no accesibles (para los niños): Un plato que se rompe al caer al suelo, se descompone en fracciones de plato. Estas son comparables, con todo el plato y entre sí, pero no son directamente accesibles a los niños, como lo son las fracciones un medio, un tercio, un cuarto, encarnadas en áreas rectangulares o cuadradas. Es recomendable iniciar la enseñanza temprana de las fracciones trabajando con fracciones accesibles, y sobre todo manipulando fracciones, imaginándolas y describiéndolas, mediante variadas representaciones semióticas (en el sentido de Duval (1995) de modo que el constructo mental personal les permita ir armando definiciones que más adelante ellos deberán integrar a las definiciones preconcebidas o definidas por los textos que deberán trabajar.

Tesis de vom Hofe (1995):

Traducción: Se observa a menudo que contenidos y métodos que el profesor cree haber explicado y transmitido a los alumnos son experimentados por estos como ininteligibles y sin sentido. Los más hábiles llegan sin embargo a aprenderse de memoria reglas para manipular aquellos símbolos vacíos de significados, de manera de dar la impresión que dominan los contenidos y métodos. Esto funciona mientras no se les pregunte sobre el significado de lo que están haciendo o se encuentren en situaciones problemáticas desconocidas.

Aparece así la necesidad de facilitar que los niños se imaginen o representen de alguna manera los contenidos o métodos que queremos que aprendan. Estas maneras de imaginarse o concepciones son las “Vorstellungen” de la escuela didáctica alemana, que data del 1800 (vom Hofe, 1995, 1998; Soto-Andrade y Reyes-Santander, 2011).

Sin embargo, Euler, ya en el 1800 decía que, para entender las fracciones (generales, como $\frac{7}{3}$):

Es decir: “uno se puede imaginar (vorstellen) un tramo de 7 pies de largo. Nadie dudará que es posible partir este trecho en tres partes iguales y hacerse el concepto del tamaño de una de esas partes”. Esto es, la fracción $\frac{7}{3}$.

Euler hace notar más adelante, que las fracciones $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{6}$ son IGUALES.

Duval (1995) por su parte enfatiza el rol crucial que juega la variedad de representaciones semióticas para la aprehensión o construcción de conceptos, así como la capacidad de transitar fluidamente entre diversas representaciones semióticas de un mismo objeto matemático.

No se puede dejar de citar a Moscucci (2008), cuando dice: “En primer lugar, se específica cuando creemos que una relación con las matemáticas es de buena calidad, o sea beneficiosa para la persona se dice que la relación de ésta con las matemáticas es “positiva” y permite a la persona potenciarse en la disciplina” (de las matemáticas).

Moscucci (2008), “Una de las consecuencias de la definición de la relación positiva es que tal relación no puede existir al mismo tiempo que las emociones negativas, como ansiedad, miedo, frustración, sentimientos de inseguridad..., porque en presencia de tales estados de ánimo de la persona, ésta es incapaz de hacer pleno uso de sus recursos cognitivos”.

ANTECEDENTES EXPERIMENTALES:

Situación 1. Tengo este chocolate y lo partiré para ti y para mí ($1/3$ y $2/3$), ¿cuál quieres?, el niño automáticamente responde; éste porque es más grande..., sonrío y se encoje de hombros avalando la elección del trozo más grande, además el niño tiene en su memoria la imagen del chocolate entero y sabe que ninguna de esas dos partes está entero, pero hay uno que se acerca más que el otro a esa medida.(definición de entero, muy importante para el trabajo futuro en fracciones y que según mi consideración tiene un gran significado emocional para los niños, satisfacción de tener algo entero es tenerlo completo...)

- a) **Situación 2.** A cualquier edad en que ya sean capaces de razonar cosas simples ya podemos exponerlos a: ¿qué es más fácil, partir una pelota o un cuadrado de papel en dos partes iguales?, el niño piensa y da explicaciones un tanto incoherentes en el lenguaje pero no es el contexto; la pelota no se puede partir porque se mueve y me cuesta que queden iguales y el papel es más fácil porque no se mueve. Sin embargo lo que está haciendo en su mente es establecer las primeras relaciones de formas que le permitirían dar la mejor respuesta a la situación anterior.
- b) **Situación 3.** No es un buen ejemplo ni muy creativo (y sin embargo muy recurrido) el del cumpleaños y la repartición de la torta, ya que no podemos inducir a los niños a comparar los trozos para establecer la relación de partes iguales que es lo necesario para fijar de manera adecuada la noción de fracción, se ven parecidos los trozos, pero a pesar de ello siempre hay un niño que se da cuenta de que la repartición no fue “equitativa”, ello produce sentimientos de falta de igualdad o peor aún no me están diciendo la verdad, no son iguales los trozos.
- c) **Situación 4.** Alumnos de 3° año básico (8 años, Colegio Altazor, Puente Alto, 2008) “el término fracción se refiere a dividir en partes exactamente iguales”; automáticamente los niños comienzan a disparar respuestas en voz alta: como las barras de chocolate, como 1 botella de un litro de bebida es lo mismo que 2 botellas de $1/2$ litro, como partir un pan por el medio, etc.
- d) **Situación 5.** Mismos niños del caso anterior, ¿qué es más emocionante, tener más o tener menos?, niños: según la situación, tía. ¿por qué? pregunto. Respuesta; si es un chocolate, es mejor tener más, si es un medicamento o

- porotos, es mejor tener menos. (relación con sentimientos de mayor o menor satisfacción).
- e) Registro fotográfico y fílmico de clases de enseñanza de fracciones en un curso 3° básico (mencionado anteriormente), específicamente suma con distinto denominador (objetivo que corresponde a 4° Y 5° básico), clase formada por alumnos del 3° y profesores observadores y participantes en el rol de estudiantes a modo de experiencia piloto en el colegio (Altazor, Puente Alto, Santiago, 2008), **profesora 1**: “nunca había entendido de dónde salía el 6 si sumaba $\frac{1}{2}$ más $\frac{1}{3}$, ahora que lo veo ¡lo entiendo!...” (uso de set de transparencias por alumno usando movimiento de rotación para superponer los cuadrados que representaban las diferentes fracciones)
 - f) **Profesor 2**: “increíble que sin decir la palabra multiplicación a uno se le ocurre rápidamente...” a partir del registro de una tabla dibujada en la pizarra donde quedaban registrados los diferentes ejercicios desarrollados con el material personal. Los niños comenzaron a observar libremente los resultados y a buscar en que se parecían hasta dar con el posible procedimiento.
 - g) **Niños**: Sin nombrar el concepto de multiplicación de denominadores, éstos son capaces después del 3° o 4° ejercicio desarrollado, comparado con el compañero de mesa y registrado en la tabla, de decir que lo que pasó fue que se multiplicaron los denominadores, a pesar de ello es más divertido contar para comprobar de que es así, por bastante rato y casi el 100% de los niños.
 - h) **Niños**: Muestran felicidad al descubrir ellos mismos y solos, el “secreto” de la receta para solucionar este problema. Esto se manifiesta de manera concreta en que se pelean en voz alta por dictar otro ejercicio, comprobar el resultado y escribirlo en la tabla de registro, entonces la clase se convierte en un sano juego de competencias y una gran cantidad de ejercitación de suma de fracciones.
 - i) **Niños**:
 - a.- “Bien...” yo antes era malo para las matemáticas pero ahora soy el mejor...
 - b.- Profesora, hagamos más ejercicios de fracciones, son muy fáciles y entretenidos!.
 - c.- Profesora, háganos una prueba al tiro para sacarme un 7.0 (en escala del 1.0 al 7.0) podríamos tener todos los días fracciones...!

Esto hace que no se note la división entre más o menos capaces, o mejores y peores para las matemáticas, asunto muy común en los colegios y cuyas definiciones vienen desde los mismos hogares o de los alumnos incluso de sus profesores.

- j) Ejemplo: Tu mamá tiene un sándwich de pan de molde para compartirlo contigo en partes iguales, pero llega de visita el vecino Alejandro con su hijo Javier. Como es deber de un educado compartir, entonces el sándwich tendrá que ser repartido en 4 partes iguales, de otra manera no sería amable. ¿qué sientes al saber que tú parte inicial de sándwich no era igual a la que te tocará ahora, después de la visita?, ¿porqué no es la misma parte antes que después?, ¿cuántas partes de ahora corresponden a lo que te habría tocado sin las visitas?, ¿te gusta repartir tus cosas, juguetes o dulces con hermanos, primos o amigos?

PUESTA EN OBRA (intervención didáctica):

Para desarrollar esta investigación será necesario poner en práctica todos los mecanismos y atributos desarrollados en estos largos y emocionantes 30 años de

docencia; he podido comprobar en terreno que lo que no se hace tocando, jugando, adivinando, moldeando, etc., no es significativo para los niños, es por esta y muchas otras razones que tienen que ver con el corazón es que creemos que el método de la intervención didáctica y sobre todo temprana es lo ideal para terminar con muchos miedos que se convierten en la peor de las pesadillas para los pequeños, que incluso somatizan antes de las evaluaciones de matemáticas, y es en esas ocasiones donde se notan la mayor cantidad de dolores de estómago, de cabeza e incluso náuseas y vómitos.

Entonces a raíz de estas situaciones observadas y de analizar que sería lo más óptimo para lograr nuestros objetivos es que proponemos:

Trabajar en kínder con información a los padres que permitan articular actividades que se desarrollen tanto en el colegio como en casa en que se involucren “fracciones”, ya que tendrán que interactuar toda su vida con ellas; por ejemplo; Felipe está de cumpleaños y ha invitado al curso “entero” es decir a los 25 compañeros, luego de pasado el día del cumpleaños que Felipe comente ¿cuántos compañeros fueron?, la idea es si fueron 20 de los 25, que la Educadora pueda mostrar a Felipe y al curso; miren estos son el “curso entero” y esta cantidad de acá los niños que tuvieron problemas para ir, esta parte ¿cómo es?, grande o pequeña respecto al curso..., entonces podemos decir que el cumpleaños de Felipe fue casi un éxito, incluso la mamá puede enviar los recuerdos o gorros de los que no fueron para que relacionen.

Más adelante en 1° año ya podemos lograr que los niños relacionen partes irregulares de un todo y esto permite que tengan un tránsito más agradable hacia la noción de fracciones “difíciles” que irán apareciendo a medida que pasan de curso.

En cuanto los niños son capaces de dar a entender sus ideas, se debería estimular a que expliquen en sus propios términos cuando parten algo, cuando se rompe algo o incluso cuando desarmen algún juguete.

Propuesta en aula: No es lo mismo decir; doblen un papel lustre en dos partes, o en tres, cuatro, etc. No da lo mismo al variar el número de partes.

Los rompecabezas con formas regulares también son un material importante para la visualización temprana de una fracción y a los niños les encantan, sin embargo no son usadas para relacionarlas con fracciones, solo son un medio para desarrollar la concentración y tenerlos un rato entretenidos.

Hacer pensar a los niños en cosas de su vida diaria como: ¿se puede “fraccionar” un plátano en dos partes iguales?, ¿cómo se llama cada parte?, a simple vista pueden verse iguales las dos partes, pero ¿cómo se podría comprobar que realmente son iguales?

Aprovechar otros ejes matemáticos para hacer estas relaciones; por ejemplo ¿creen uds que “pesando” cada una de las partes podríamos saber si son iguales?, tal vez; ¿puedo medir estas partes y compararlas?

Proponer: Si después de jugar y ganar o perder, comparan dos bolsas de bolitas y hacen estimaciones de ¿quién tiene más o menos?, y luego cuentan o establecen equivalencias uno a uno, de las diferencias ellos pueden sacar algunas conclusiones como; tenía antes de jugar 100 bolitas y ahora tengo 85, entonces perdí ..., a su vez el amigo también puede comentar; tenía 80 bolitas al empezar el juego y ahora tengo 95, allí se dará el diálogo de que la diferencia corresponde a las 15 de las 100 que tenía el niño número 1.

Establecer que la relación de las fracciones con otros temas es imprescindible para establecer conexiones como compartir es bueno, porque ser generoso nos hace mejores, aquí nuevamente el tema emocional es muy importante a la hora de establecer estas relaciones, ya que si repartes; pierdes partes, obtienes menos, esto no produce

emociones positivas a no ser que sea relacionado con algo considerado “desagradable o malo”.

Poner en práctica el método deductivo, para que a partir de preguntas el niño vaya descubriendo y construyendo su propio concepto:

- ¿Qué es una fracción?
- ¿Será lo mismo que una parte de algo?
- Situación: a) cuando una botella, vaso o vidrio se quiebra, ¿queda fraccionada?
- b) cuando parto una torta circular, los trozos ¿son fracciones?

METODOLOGÍAS DE INVESTIGACIÓN:

Basados en experimentación- acción, es decir trabajo en terreno con alumnos de diferentes niveles y en diferentes realidades socioculturales para poder comparar y analizar los resultados de las propuestas didácticas es que creemos serán claves para que los docentes tengan una referencia real para apoyar su acción diaria, sin dejar de lado las posibilidades de los propios alumnos que podrán desarrollar sus capacidades, imaginaria propia de la edad y la comparación de resultados con sus paralelos, que según nuestra hipótesis será una estrategia de aprendizaje absolutamente productiva y de gran calidad a la hora de apropiarse de sus propios conceptos y definiciones de acuerdo a sus propios medios.

- Entrevistas a los alumnos del curso antes mencionado (3° básico 2008) para observar y comparar rendimientos o diferencias con su curso paralelo que no fue “expuesto” a esta experiencia adelantada, concreta y lúdica de la enseñanza de fracciones con transparencias a modo de juego.
- Intervenciones didácticas piloto en colegios, desde pre básica
- Observar si estos alumnos del 3° 2008, mantienen el recuerdo del método de descubrimiento y comparación de resultados después de 3 años.
- Entrevistas a alumnos y apoderados desde kínder a IV medio sobre experiencias con el aprendizaje de fracciones.
- Realización de test de indagación de métodos de enseñanza tradicional versus enseñanza con material concreto agradable y familiar en problemas relacionados con fracciones y contextualizados con lo cotidiano.
- Comunicar y compartir con apoderados métodos de estimulación positiva para el desarrollo de capacidades innatas y propias de un niño, como lo es el juego y el descubrimiento ya que les permite un tránsito agradable, entretenido e interrelacionado con su mundo real y las matemáticas.
- Establecer y compartir y registrar métodos que sean transversales con los profesores, para lograr la relación entre fracciones, ampliación numérica (eje números), mediante actividades fáciles y cotidianas como construcción de un reloj, ver la hora y establecer algunos tópicos como:
 - a) $\frac{1}{4}$ de hora ¿cuántos minutos son?, cuando el reloj marca las 3 de la tarde, ¿qué tipo de ángulo se forma en el espacio interior de las manecillas del reloj?
 - b) ¿qué fracción del día representan 3 horas?, o ¿qué fracción representa el área que está fuera de las manecillas que marcan las 3 de la tarde?, etc.
- Realización de actividades en terreno de materiales novedosos que estimulen los constructos personales referentes no solo a fracciones simples sino a operaciones

con fracciones que les permitan un paso seguro y agradable desde lo icónico a lo abstracto.

- Compartir estrategias con padres y apoderados metodologías que les permitan entender y apoyar el aprendizaje de sus hijos, esto debería traducirse también en una apropiación de nuevos esquemas y conceptos a los propios adultos relacionados con este proceso, y otras emergentes de acuerdo a las diversas realidades de los colegios donde se ponga en práctica el proceso de investigación-acción.

REFERENCIAS:

- Araya, R., (2000), Inteligencia Matemática, Editorial Universitaria S.A.
- de León Pérez, H. J. (1998) Procedimientos en niños de primaria en la solución de problemas de reparto. *Revista Relime* n° 2 (pp 5 – 28).
- Galvez, G.¹, Diego Cosmelli², Lino Cubillos^{3,5}, Paul Leger⁶, Arturo Mena^{3,4}, Éric Tanter^{3,6}, Ximena Flores, **Gina Luci**³, Soledad Montoya⁴, Jorge Soto Andrade^{3,7}, (2010), Estrategias cognitivas para el cálculo mental, publicado RELIME (2011)
- Godino, J. D. (1993). Paradigmas, problemas y metodologías en didáctica de la matemática. *Cuadrante*, 2(1), pp. 9-22
- Moscucci, M. (2008), Un percorso per la ricostruzione della relazione con la matematica(*) Parte prima. Dipartimento di Scienze Matematiche e Informatiche 'R. Magari' – Università degli Studi di Siena.
- Radford, R., André, M. (2009). Cerebro, cognición y matemáticas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 12 (2), 215-250.
- Sadowsky, P. (año), La Teoría de las situaciones Didácticas: Un marco para pensar y actuar la enseñanza de la Matemática.
- Soto-Andrade, J. (2004), El mundo de las fracciones, Iquique, Universidad Arturo Prat.
- Soto-Andrade, J. y Reyes-Santander, P. (2011), Conceptual metaphors and “Grundvorstellungen”: a case of convergence, paper presentado CERME 7, Rzeszow, Polonia, Febrero 2011.
- vom Hofe, R. (1995). *Grundvorstellungen mathematischer Inhalte*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.
- vom Hofe, R. (1998). On the generation of basic ideas and individual mages: normative, descriptive and constructive aspects. In Sierpinska, A. & Kilpatrick Jeremy. *Mathematics Education as a Research Domain: A search for identity. An ICMI study*. (pp. 317-331). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

¹ Centro Félix Klein, Universidad de Santiago de Chile

² [Escuela de Psicología](#), Pontificia Universidad Católica de Chile

³ Centro de Investigación Avanzada en Educación, Universidad de Chile

⁴ Instituto de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

⁵ Departamento de Estudios Pedagógicos, Universidad de Chile

⁶ Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile

⁷ Facultad de Ciencias, Universidad de Chile